

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ХАРАКТЕРНЫХ ТОЧЕК ТЕМПЕРАТУРНОГО ПРОФИЛЯ РЕАКТОРА ПОСРЕДСТВОМ СПЛАЙНОВОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ

valerymag@nm.ru

Черных А.А., студент,
Магергут В.З., д-р техн. наук, проф.,
Шевцов М.Ю., аспирант

*Белгородский государственный технологический
университет им. В.Г. Шухова*

Аннотация. В работе рассматривается применение сплайновой интерполяции для расчета характеристик «горячей точки» в объекте с распределенными параметрами. В качестве такого объекта был взят реактор в производстве олифы. Дается описание метода интерполяции сплайном Акимы с целью последующего применения его для более точного построения температурного профиля реактора.

Ключевые слова: «горячая точка», интерполяция, сплайн Акимы, объект с распределёнными параметрами, реактор.

Основным аппаратом в технологической схеме получения многих химических продуктов является реактор. Реактор, как объект управления, представляет собой объект с распределёнными параметрами второго вида [1]. Распределённым параметром в нём является температура как функция высоты. Стабильность температурного профиля, зачастую определяет стабильность работы всего аппарата в целом, его производительности и качество производимого продукта. Для поддержания температурного профиля, помимо распределённого управления, можно применить и традиционные способы, такие как локальные системы регулирования или управляющие автоматы, используя для этого информацию, с так называемых, характерных (значимых) точек. В [2] и [3] было предложено управление по так называемой «горячей точке», то есть точке максимальной температуры профиля, как альтернатива распределённому управлению. Ключевую роль в процессе управления имеет информация об этой точке, а именно ее пространственное положение, температура и дрейф. На основании этих данных можно генерировать управляющее воздействие. Так же информация об этой

точке может помочь в задаче рационального проектирования системы перемешивания в реакторах барботажного типа[4].

Для представления температурного профиля внутри реактора могут быть размещены датчики, каждый из которых будет регистрировать температуру в сечении. На рисунке 1 изображен вариант подобного размещения.

Аппроксимация показаний этих датчиков делает возможным аналитическое получение данных о «горячей точке». Так как современные датчики имеют относительно низкую погрешность измерения, то речь пойдет об интерполяции. Популярными являются методы , где в роли интерполянта выступает полином. Результатом интерполяции многочленом является единственный полином, проходящий через весь набор экспериментальных точек. Однако, из-за непредсказуемого поведения этого полинома между узлами интерполяции, которое зачастую может идти в разрез с физическим смыслом исследуемого явления, использовать такой способ не рекомендуется.

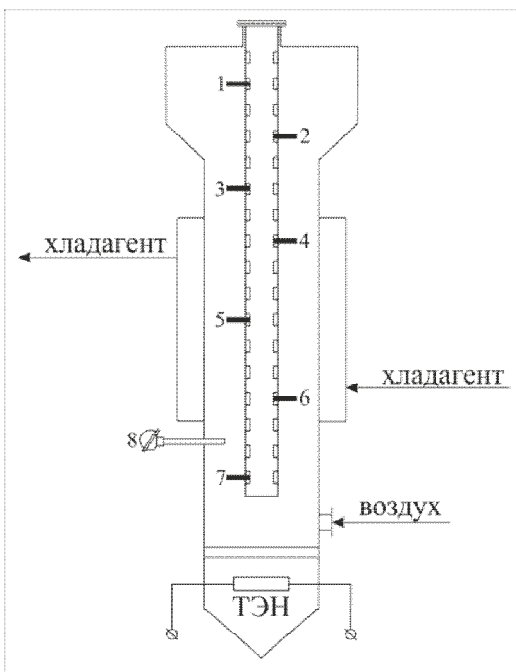


Рисунок 1 – Расположение датчиков на примере реактора

по производству олифы

В некоторой степени этого недостатка лишен метод сплайн-интерполяции. Сплайн – это функция, область определения которой разбита на конечное число отрезков, на каждом из которых сплайн совпадает с некоторым алгебраическим полиномом. Максимальная степень из использованных полиномов называется степенью сплайна. Разность между степенью сплайна и получившейся гладкостью называется дефектом сплайна. На практике наиболее часто используются кубические сплайны дефекта 1. Недостатком кубических сплайнов является то, что они склонны осциллировать в окрестностях точки, существенно отличающейся от своих соседей, что в свою очередь так же ограничивает применение этого метода в задаче представления температурного профиля, так как «горячая точка» будет являться причиной подобных осцилляций.

В 1970 году Хироши Акима предложил новый метод интерполяции, устойчивый к выбросам [5]. Метод основан на использовании кусочно-непрерывной функции, состоящей из полиномов степени не выше третьей. Эти полиномы могут быть представлены в виде:

$$y = p_0 + p_1(x - x_i) + p_2(x - x_i)^2 + p_3(x - x_i)^3 ; \quad (1)$$

где:

$$p_0 = y(x_i),$$

$$p_1 = t_i,$$

$$p_2 = \frac{3 \cdot (y(x_{i+1}) - y(x_i))}{x_{i+1} - x_i} - 2t_i - t_{i+1},$$

$$p_3 = \frac{t_i + t_{i+1} - 2 \frac{y(x_{i+1}) - y(x_i)}{x_{i+1} - x_i}}{(x_{i+1} - x_i)^2}.$$

t_i представляет собой наклон кривой в точке x_i и вычисляется следующим образом:

$$t_i = \frac{(|m_{i+1} - m_i| |m_{i-1} + |m_{i-1} - m_{i-2}| |m_i|)}{(|m_{i+1} - m_i| + |m_{i-1} - m_{i-2}|)}, \quad (2)$$

где m_i есть наклон прямой проходящей через точки $(x_i; y_i)$ и $(x_{i+1}; y_{i+1})$.

Недостающие точки рассчитываются путем экстраполяции полинома второй степени, проходящего через три крайние правые точки.

Таким образом, метод Акимы учитывает при выборе производной в узлах гладкость исходной функции на соседних с этим узлом участках.

Для этого производная в каждом узле полагается равной среднему значению от разделённой разности первого порядка справа и слева, причём усреднение выполняется с весами, соответствующими модулю разделённой разности второго порядка с той же стороны.

Сравним различные методы интерполяции посредством расчета среднеквадратического отклонения на отрезке $[0..100]$. Для исследования точности данного метода интерполяции была создана выборка реализаций стационарного случайного процесса из ста значений с экспоненциальной автокорреляционной функцией (а.к.ф).

$$R = \sigma^2 e^{-\omega|\tau|} \quad (3)$$

где:

σ^2 – дисперсия случайного процесса

ω – коэффициент затухания а.к.ф.

Узлами интерполяции служит каждая 10 точка реализации. Оценка точности находилась по среднему с.к.о. Размер выборки 10 000 реализаций. Пример реализации такого процесса и его интерполяция кубическим сплайном и сплайном Акимы представлен на рисунке 1.

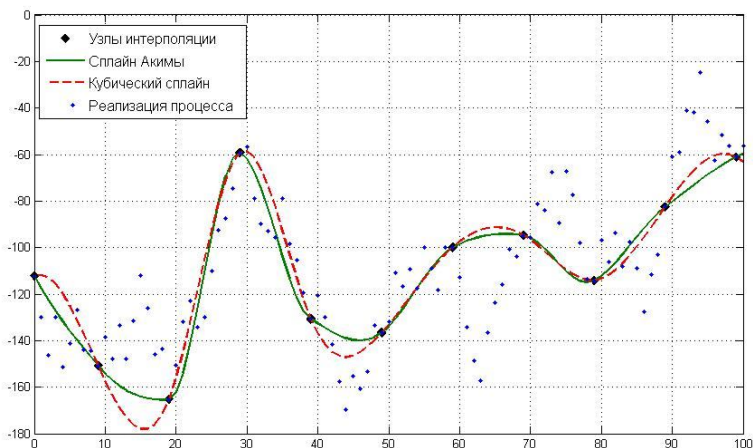


Рисунок 2 – Реализация случайного процесса и его интерполяция

Моделирование случайного процесса производилось методом рекуррентных отношений [6, С. 99].

Результаты сравнения представлены в таблице 1.

Сплайн Акимы требует наличия информации о точках в области интервала интерполяции для определения кубических полиномиальных

коэффициентов. Соответственно, каждая точка данных в сплайне Акимы влияет только на соседнюю область кривой.

Этот метод также возвращает точные оценки первой производной аппроксимированной функции, когда точки данных равномерно распределены. В случаях, когда точки данных распределены неравномерно, оценка первой производной может быть ошибочна. Вторая производная аппроксимированной функции при использовании данного метода недостоверна.

Таблица 1 – Результаты исследования влияния метода интерполяции на среднеквадратическую ошибку.

№ опыта	Параметры а.к.ф		Среднеквадратическая ошибка	
	σ^2	ω	Кубический сплайн	Сплайн Акимы
1	1	10	0.1413	0.1314
2	1	1	0.1233	0.1133
3	1	0.5	0.0977	0.0888
4	1	0.1	0.0299	0.0272
5	10	10	14.1296	13.1359
6	10	1	12.3115	11.3366
7	10	0.5	9.7854	8.8865
8	10	0.1	2.9824	2.7099
9	1000	10	141268.41	131468.29
10	1000	1	122795.71	131468.29
11	1000	0.5	98140.65	89296.52
12	1000	0.1	29985.36	27257.57

Для определения параметров «горячей точки» можно пойти несколькими путями. Прежде чем они будут рассмотрены, введем ограничение на то, что «горячая точка» существует и она единственна.

Первый из этих путей состоит в том, чтобы отыскать эти параметры по уже сформированному температурному профилю как максимальное из дискретных значений. При использовании ПЛК в процессе управления техническим процессом подобные вычисления будут избыточны и кроме того к ошибке аппроксимации добавится еще и ошибка, связанная с дискретизацией полученного профиля.

Второй путь представляет собой аналитический поиск максимума. Так как сплайн представляет собой набор полиномов степени не выше третьей, то поиск максимума не представляет большой сложности. Запишем алгоритм аналитического поиска параметров горячей точки:

1) Найти пару максимальных значений показаний датчиков. Для этого среди всех показаний ищем максимальное, после этого оцениваем показания соседних датчиков и выбираем тот из них показания, которого выше. Полученная пара представляет собой интервал, на котором располагается горячая точка. В частном случае, когда соседние датчики имеют одинаковые показания, следует оценить и их «соседей». Если и их показания равны, то горячая точка находится точно между первой найденной парой.

2) Далее находим параметры p полинома (1).

3) Вычисляем производную и её корни:

$$y' = p_1 + 2p_2(x - x_i) + 3p_3(x - x_i)^2, \quad (4)$$

$$x_{1,2} = \frac{-2p \pm \sqrt{4p_2^2 - 12p_3}}{6p_3}.$$

4) Выбираем корень, который принадлежит требуемому интервалу – этот корень будет абсциссой максимума. Ордината же находится как $y(x_1)$ или $y(x_2)$ соответственно.

Данный способ требует существенно меньше вычислений и может быть использован как часть системы управления, предоставляющая информацию о «горячей точке» на основании которой формируется управляющее воздействие

Таким образом, по результатам проведенных экспериментов, можно подтвердить, что сплайн Акимы несколько лучше аппроксимирует экспериментальные данные, нежели кубический сплайн и, обладает более высокой скоростью вычисления [5 С. 596] и представляется хорошей альтернативой для интерполяции температурного профиля реактора.

Исследования выполнены при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Белгородской области в рамках проекта №14-41-08016 «р_офи_м».

Список литературы:

1. Магергут В.З., Гаевой П.П., Кижук А.С. Виды объектов с распределёнными параметрами и подходы к их автоматизации // Научные исследования, наносистемы и ресурсосберегающие технологии в стройиндустрии.: сб докл. междунар. науч.-практич. конф. Белгород: Изд-во БГТУ, 2007. С. 77-79.
2. Халифа А.А. Синтез и оптимизация систем управления реактором с распределёнными параметрами (на примере реактора производства

- малеинового ангидрида) автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.13.06 / Халифа Амер Абдурахим. М., 2006. 19 с.
3. Магергут В.З., Халифа А.А. К управлению реактором по «Горячей точке» / Математические методы в технике и технологиях. ММТТ-20: сб. науч. ст. Ярославль: Изд-во ЯГТУ, 2007. С. 301-303.
 4. Шаптала В.Г., Шаптала В.В., Суслов Д.Ю. Вопросы моделирования и расчёта барботажных реакторов / Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В. Г. Шухова. 2013. № 5 С. 189-192.
 5. Akima H. New method for interpolation and curve fitting based on local procedures / JАСM 17. № 4. P. 589-602, 1970(T).
 6. Быков В.В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике / Изд-во: Советское радио, Москва. 1971. 328 с.