

СПОСОБЫ ПОДАВЛЕНИЯ ХАОТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ НА ОСНОВЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ

rubanov@intbel.ru

Рубанов В.Г., д-р техн. наук, проф.,

Набоков Р.А., аспирант

Белгородский государственный технологический университет им. В. Г. Шухова

Аннотация: Представлена система с нелинейностью типа «двухпозиционное реле с гистерезисом», выполняющая функции стабилизатора напряжения. Получена математическая модель схемы замещения исследуемого объекта в виде системы дифференциальных уравнений 4-го порядка. На основе использования численных методов разработано программное обеспечение и исследованы динамические режимы, возникающие в полученной математической модели. Реализована и исследована физическая модель стабилизатора напряжения. Показаны результаты проведенных исследований динамических режимов математической и физической моделей во временной области и в фазовом пространстве: гармонические колебания (m -циклы периодов 1 и 2), хаотическая динамика или движение по так называемому “странному аттрактору”. Предложено введение в цепь обратной связи стабилизатора напряжения различных устройств, с целью демпфирования возникающих в системе хаотических колебаний. Представлены уникальные результаты экспериментального исследования динамических режимов рассматриваемого объекта, снабженного звеном запаздывания, форсирующим звеном и псевдолинейным корректирующим устройством фазоопережающего типа в цепях обратной связи, заключающиеся в подавлении хаотической динамики и переходе системы в автоколебательный режим с регулярными колебаниями.

Ключевые слова: Стабилизатор напряжения, «двухпозиционное реле с гистерезисом», математическая модель, физическая модель, периодические колебания, хаотические колебания, демпфирование, псевдолинейное корректирующее устройство.

Исследования динамики объектов управления нелинейного класса, линейная часть которых описывается дифференциальными уравнениями выше 3-го порядка [1, 2], показало, что при определенных

условиях в них возникают хаотические колебания, которые существенно влияют на качество их функционирования, снижая его, а зачастую и делают их непригодными к выполнению их основной цели [2-10]. В результате этого возникает необходимость устранения хаотических колебаний или хотя бы их перевода в режим регулярных автоколебаний. В рамках гранта были проведены исследования, где в качестве объекта использовался стабилизатор напряжения с «двухпозиционным реле с гистерезисом».

Получены оригинальные результаты по подавлению хаотических колебаний и переводу системы в автоколебательный режим с регулярными колебаниями. Проведенные исследования позволили построить математические и физические модели объектов с хаотическим характером колебаний и найти способы их подавления.

Для исследования выше указанных явлений в качестве объекта была выбрана система с нелинейностью типа «двухпозиционное реле с гистерезисом» [2, 3], выполняющая функции стабилизатора напряжения и показанная на рис. 5.

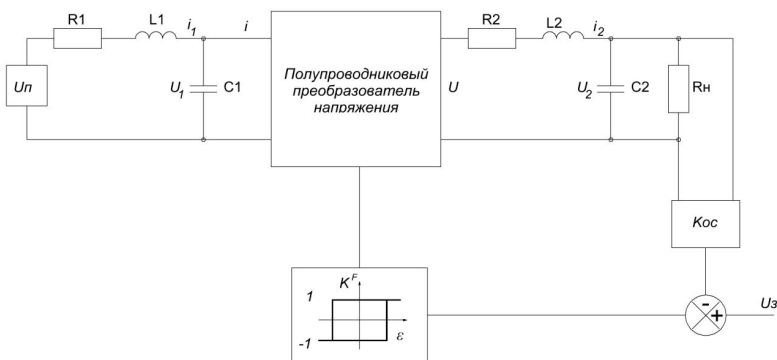


Рисунок 5 – Стабилизатор напряжения с «двухпозиционным реле с гистерезисом»

Предложенная нелинейная система состоит из следующих частей: источник питающего напряжения – U_n ; входной фильтр – $R_1L_1C_1$; полупроводниковый преобразователь напряжения; выходной фильтр – $R_2L_2C_2$, нагрузочный резистор – R_n ; усилительное звено, характеризуемое коэффициентом передачи обратной связи по напряжению – K_{oc} ; элемент сравнения напряжения после усилительного звена с напряжением задания – U_3 ; «двухпозиционное реле с гистерезисом», где ε и K^F – сигналы на входе и выходе реле соответственно.

Рассматриваемый стабилизатор напряжения с «двухпозиционным реле с гистерезисом» (см. рис. 5), был описан в виде следующих дифференциальных уравнений [4, 7]:

$$C_1 \frac{dU_1}{dt} + i = i_1; \quad C_2 \frac{dU_2}{dt} + \frac{U_2}{R_n} = i_2;$$

$$L_1 \frac{di_1}{dt} + R_1 i_1 + U_1 = U_n; \quad L_2 \frac{di_2}{dt} + R_2 i_2 + U_2 = U;$$

где

$$U = \begin{cases} U_1, & K^F = 1; \\ 0, & K^F = -1; \end{cases} \quad i = \begin{cases} i_2, & K^F = 1; \\ 0, & K^F = -1; \end{cases}$$

или

$$U = \frac{1}{2}(1 + K^F(\varepsilon))U_1; \quad i = \frac{1}{2}(1 + K^F(\varepsilon))i_2.$$

В матричной форме система будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{A}_k \mathbf{X} + \mathbf{B};$$

$$\mathbf{A}_k = \begin{pmatrix} -\eta & -\eta & 0 & 0 \\ \gamma & 0 & -\frac{\gamma}{2}(1 + K_k^F(\varepsilon)) & 0 \\ 0 & \frac{\mu}{2}(1 + K_k^F(\varepsilon)) & -\nu & -\mu \\ 0 & 0 & \frac{\lambda}{\alpha} & -\frac{\lambda}{\beta} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} \eta\Omega \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$K_k^F = K_{k-1}^F \text{sign}(\chi_0 + (-1)^{N_{k-1}} \varepsilon(X)), \quad K_0^F = -1;$$

$$N_k = N_{k-1} + \frac{1 - \text{sign}(K_k^F K_{k-1}^F)}{2}, \quad N_0 = 0, k = 1, 2, \dots;$$

$$\varepsilon(\mathbf{X}) = U_3 - U_{oc} \mathbf{X}; \quad U_{oc} = (0, 0, 0, K_{oc}).$$

$$K_k^F = K_{k-1}^F \text{sign}(\chi_0 + (-1)^{N_{k-1}} \varepsilon(X)), K_0^F = -1;$$

$$N_k = N_{k-1} + \frac{1 - \text{sign}(K_k^F K_{k-1}^F)}{2}, N_0 = 0, k = 1, 2, \dots;$$

$$\varepsilon(X) = U_s - K_{oc} x_4;$$

$$\eta = \frac{R_1}{L_1}, \Omega = U_n, \gamma = \frac{1}{C_1 R_1}, \mu = \frac{R_1}{L_2}, \nu = \frac{R_2}{L_2}, \lambda = \frac{1}{C_2}, \beta = R_l, \alpha = R_1,$$

Здесь χ_0 – ширина зоны гистерезиса.

Для решения полученной системы дифференциальных уравнений 4-го порядка с разрывной правой частью было разработано программное обеспечение на основе численного интегрирования методом Рунге-Кутты 4-го порядка [4].

Исследование системы при определенных и постоянных номиналах физических электронных компонентов, входящих в математическую модель, значениях величин напряжения задания, ширины зоны гистерезиса, сопротивления нагрузочного резистора и варьируемого параметра – питающего напряжения, показало, что модель стабилизатора напряжения с «двухпозиционным реле с гистерезисом» кроме периодических колебаний, при $U_n = 6$ В, см. рис. 6, *a, в, д*, присущих такому типу систем проявляет так же хаотическую динамику или движение по «странному аттрактору», при $U_n = 10$ В, см. рис. 6, *б, з, e*.

Рис. 6, *a* иллюстрирует колебательное изменение напряжения на конденсаторе C_1 , рис. 6, *в* показывает колебания напряжения на конденсаторе C_2 , возникающие в процессе функционирования модели стабилизатора напряжения. На рис. 6, *д* продемонстрирован аттрактор типа предельный цикл, который описывает такой режим движения как гармонические колебания.

При задании питающего напряжения $U_n = 10$ В в исследуемой системе проявляются хаотические колебания напряжения на конденсаторах C_1 и C_2 , показанные на рис. 6, *б* и рис. 6, *з* соответственно. Такому типу динамики свойственно движение изображающей точки в фазовой плоскости по так называемому «странному аттрактору», представленному на рис. 6, *e*.

С целью подтверждения адекватности математического описания исследуемого объекта и демонстрации, полученных при теоретическом исследовании свойств на физическом объекте, в соответствии с рис. 5, была разработана принципиальная схема стабилизатора напряжения с

«двухпозиционным реле с гистерезисом», показанная на рис. 7, в соответствии с которой была реализована физическая модель предложенного объекта [11, 12].

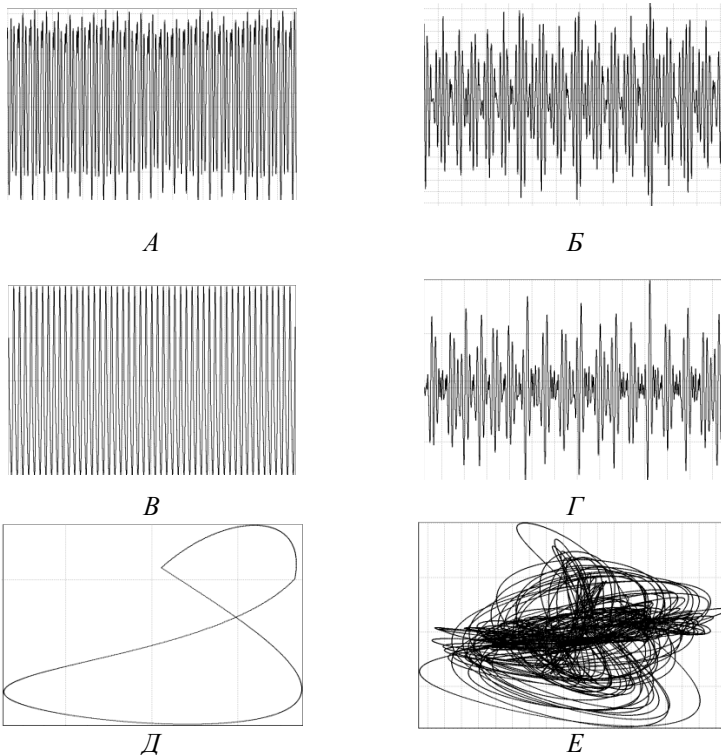


Рисунок 6 – Результаты исследования математической модели рассматриваемой системы

На физической модели объекта с нелинейностью типа «двухпозиционное реле с гистерезисом», при одинаковых параметрах, использованных в математической модели, было произведено исследование динамических свойств рассматриваемой системы.

На принципиальной схеме (рис. 7) «двухпозиционное реле с гистерезисом» и элемент сравнения напряжения на выходе стабилизатора с напряжением задания выполнены на электронных компонентах в виде двух компараторов сравнивающих выходное напряжение с заданным и задающих нижний и верхний пороги

переключения релейного элемента, а так же RS -триггера, служащего для фиксации текущего значения на выходе реле, что позволило исключить износ, которому подвержены все механические релейные элементы.

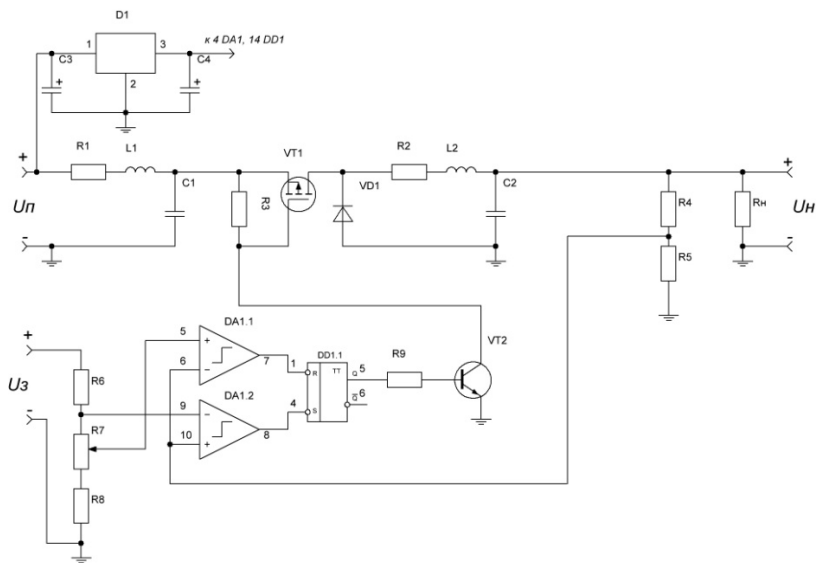


Рисунок 7 – Принципиальная схема стабилизатора напряжения с «двухпозиционным реле с гистерезисом»

На рис. 8, *а* показана осциллограмма гармонических колебаний напряжения на конденсаторе C_1 реализованного стабилизатора напряжения с наложенными на нее прямоугольными импульсами переключения «двухпозиционного реле с гистерезисом», при $U_n = 6$ В. Как видно из рис. 8, *а* на каждом периоде колебаний $U_{C1}(t)$ происходит одно переключение релейного элемента, т.е. смена состояний $K^F = -1$ на $K^F = 1$ или $K^F = 1$ на $K^F = -1$. Движение с таким периодом называется m -циклом периода 1 [2, 3].

На рис. 8, *в* показан аттрактор – предельный цикл, соответствующий движению системы с периодом 1.

На рис. 8, *б* представлена осциллограмма гармонических колебаний напряжения на конденсаторе C_1 при значении напряжения питания $U_n = 7,6$ В. При рассмотрении рис. 8, *б* несложно заметить, что на каждом периоде колебаний $U_{C1}(t)$ происходит два переключения релейного элемента, такое движение называется m -циклом периода 2 [2, 3].

На рис. 8, ε показан аттрактор – предельный цикл периода 2, соответствующий полученному числу переключений реле на периоде колебаний напряжения на конденсаторе C_1 (см. рис. 8, б).

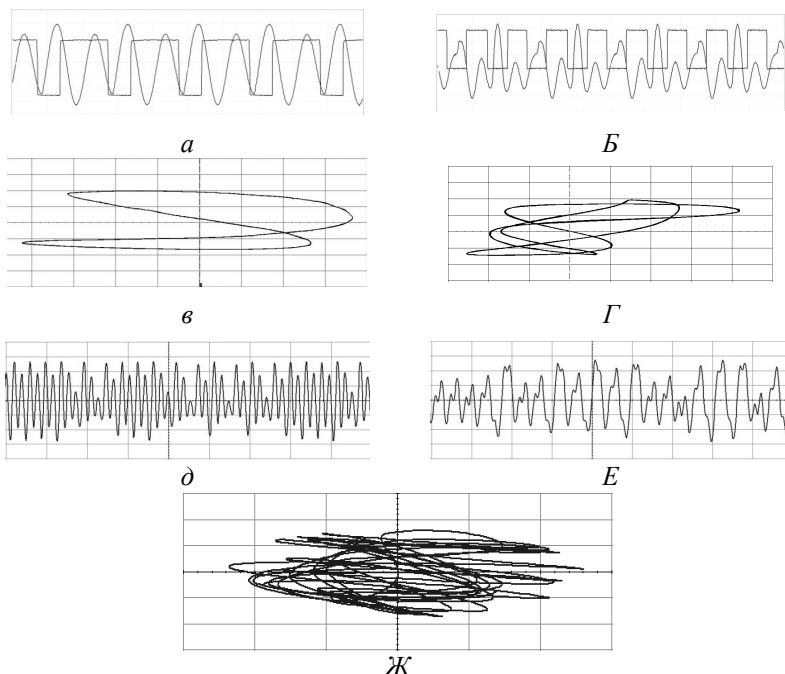


Рисунок 8 – Осциллограммы, полученные при исследовании физической реализации стабилизатора напряжения с «двухпозиционным реле с гистерезисом»

Наряду с исследованием периодических явлений динамики (см. рис. 8, а, б и рис. 8, б, ε) были получены, так же как и при теоретическом исследовании, хаотические колебания системы (см. рис. 8, д, е, ж). На рис. 8, д и рис. 8, е показаны осциллограммы хаотических изменений $U_{C1}(t)$ и $U_{C2}(t)$ соответственно. На рис. 8, ж показана осциллограмма, характеризующая такой тип движения, в виде аттрактора – хаос или «странного аттрактора».

Таким образом, на математической и физической моделях объекта управления с нелинейностью типа «двухпозиционное реле с гистерезисом» была исследована динамика присущая широкому классу релейных систем автоматического управления, показана адекватность математического описания разработанной физической реализации

устройства, за счет выявленных одинаковых типов аттракторов при соответствующих значениях параметров системы.

В ходе исследования были получены периодические и хаотические аттракторы, теоретически и экспериментально показано наличие сложных динамических режимов в достаточно распространенном классе систем автоматического управления.

С целью демпфирования хаотической динамики стабилизатора напряжения с «двухпозиционным реле с гистерезисом» в цепь обратной связи стабилизатора по напряжению были введены различные устройства, см. рис. 9, *а* – звено запаздывания, рис. 9, *б* – форсирующее звено, рис. 9, *в* – псевдолинейное корректирующее устройство фазоопережающего типа [1].

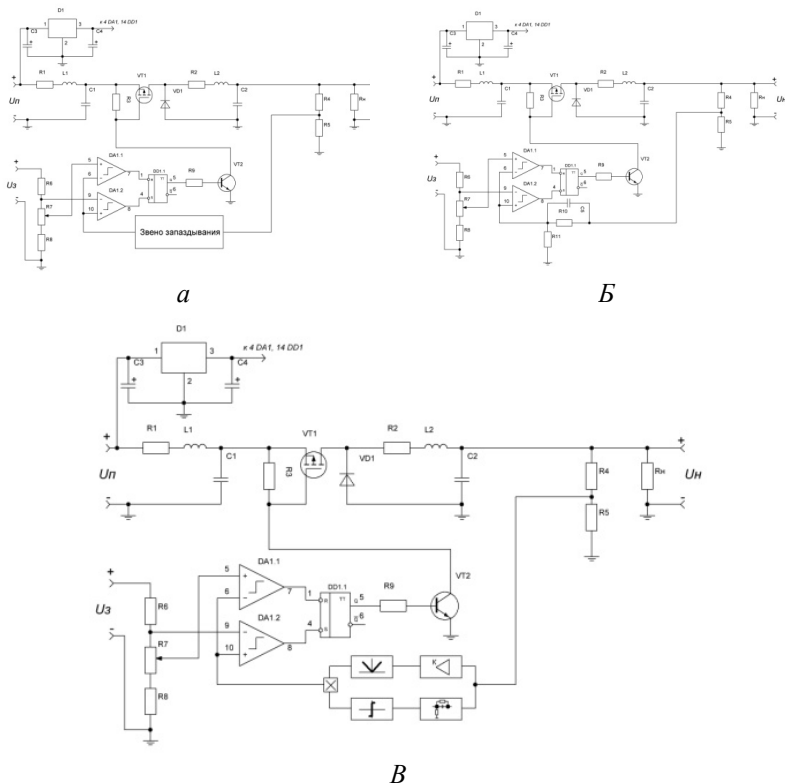


Рисунок 9 – Принципиальная схема стабилизатора напряжения с «двухпозиционным реле с гистерезисом»

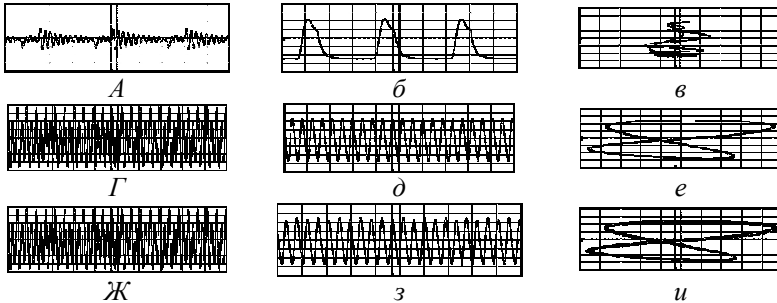


Рисунок 10 – Осциллограммы, полученные при исследовании физической реализации стабилизатора напряжения с «двухпозиционным реле с гистерезисом»

Как видно из результатов исследований (см. рис. 6, а-и) стабилизатора напряжения с «двухпозиционным реле с гистерезисом», скорректированного различными устройствами, см. рис. 9, а-в, при всех типах демпфирования осуществляется подавление хаотических колебаний и переход системы в автоколебательный режим с регулярными колебаниями.

Исследования выполнены при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Белгородской области в рамках проекта №14-41-08009 «р_офи_м».

Список литературы:

1. Рубанов В.Г. Теория автоматического управления (нелинейные, оптимальные и цифровые системы): учеб. пособие. Ч.II. Белгород: Изд-во БГТУ. 2006. 256 с.
2. Жусубалиев Ж.Т., Полищук В.Г., Титов В.С. Колебания, бифуркации и хаос в технических системах / Курск. гос. техн. ун-т. Курск. 2000. 166 с.
3. Жусубалиев Ж.Т., Полищук В.Г., Титов В.С. Хаотические колебания в технических системах. Курск. гос. техн. ун-т. Курск. 2008. 201 с.
4. Набоков Р.А., Рубанов В.Г. Компьютерное моделирование хаотических колебаний в стабилизаторе напряжения с электронным релейным элементом // Научные ведомости БелГУ. Сер. История. Политология. Экономика. Информатика. 2012. № 13. (132). Вып. 23/1. С. 151-160.
5. Порхало В.А., Рубанов В.Г., Шапгала В.Г. Автоматизация печи обжига клинкера на основе каскадной и многосвязной систем управления // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2013. № 2. С. 69 -72.

6. Zhusubaliyev Z.T., Mosekilde E. Bifurcations and Chaos in Piecewise-smooth Dynamical System. World Scientific, 2003. P. 363.
7. Nabokov R.A., Rubanov V.G., Kizhuk A.S. The Analysis of the Dynamics of the Voltage Regulator with an Electronic Relay Element with Hysteresis // World Applied Sciences Journal. 2013. T. 24. № 12. С. 1686-1690.
8. Zhusubaliyev Z.T., Mosekilde E. Bifurcations and Chaos in Piecewise-smooth Dynamical System. World Scientific. 2003. P. 113-133.
9. Zhusubaliyev Z.T., Mosekilde E. Formation and destruction of multilayered tori in coupled map systems. Chaos. 2008. Vol. 18. № 3. P. 037124.
10. Zhusubaliyev Z.T., Mosekilde E. 2006. Birth of bilayered torus and torus breakdown in a piecewise-smooth dynamical system. Physics Letters A. P. 167-174.
11. Разработка и математическое описание релейной системы с гистерезисом, обладающей хаотической динамикой // Математические методы в технике и технологиях – ММТТ-24: сб. трудов XXIV Междунар. научн. конф. Киев: Национ. техн. ун-т Украины «КПИ». 2011. С. 102-104.
12. Набоков Р.А., Рубанов В.Г. Исследование стабилизатора напряжения, обладающего хаотической динамикой // Математические методы в технике и технологиях. ММТТ-25: сб. трудов XXV Междунар. научн. конф. Волгоград: Волгогр. гос. техн. ун-т, 2012; Харьков: Национ. техн. ун-т «ХПИ». 2012. С. 201-203.