

СОЗДАНИЕ АСИММЕТРИЧНЫХ КОЛЕБАНИЙ ВИБРАЦИОННЫХ МОДУЛЕЙ

mail_michail@mail.ru

Глаголев С.Н., д-р экон. наук, проф.,
Герасимов М.Д., канд. техн. наук, проф.,
Мкртычев О.В., доц.

*Белгородский государственный технологический
университет им. В. Г. Шухова*

Аннотация. В статье рассмотрен вопрос сложения двух гармонических колебаний дебалансных вибраторов с разной частотой и массой дебаланса. Приведены аналитические исследования по определению условий получения вынуждающей силы с эффектом асимметрии составляющих в противоположных направлениях. Получены уравнения, описывающие условия получения эффекта асимметрии вынуждающей силы и диапазона значений коэффициента асимметрии.

Ключевые слова: вибратор, вибрационный модуль, направленные колебания, асимметрия вынуждающей силы, коэффициент асимметрии.

Цель статьи: Определение условий получения наибольшей асимметрии величины рабочей (исполнительной) и холостой составляющей суммарной вынуждающей силы вибрационного модуля, состоящего из двух вибраторов, генерирующих направленные колебания в одной, например вертикальной, плоскости.

Задачи:

- определение значений неизменяемых параметров,
- определение пределов изменяемых параметров,
- получение математической модели изменения величины ускорения в пределах одного цикла,
- определение условий получения наибольшей асимметрии вынуждающей силы, для двух работающих совместно вибраторов,
- создание методики расчёта параметров для получения наибольшей асимметрии вынуждающей силы.

Механические колебания в технике характеризуются рядом параметров, среди которых выделяются: частота, амплитуда, перемещение, виброскорость, виброускорение, вынуждающая сила, направление вынуждающей силы, форма колебаний.

По форме колебаний наибольшее распространение получили вибрационные машины с круговыми, эллиптическими и направленными колебаниями.

В целом ряде случаев, предпочтительными являются направленные колебания: при сортировке щебня на грохотах, при уплотнении элементов дорожной одежды вибрационными катками, при забивании свай и шпунтов, и др.

Однако, промышленность не располагает вибраторами направленных колебаний и вопрос создания таких колебаний решается путём заключения в единый механизм двух вибраторов с круговыми колебаниями, линия действия суммарной вынуждающей силы которых и её точка приложения остаются постоянными и не подлежат гибкой переналадке.

В ряде отраслей промышленности задачу получения направленных колебаний с регулированием направления линии действия вынуждающей силы и её точки приложения можно решать, используя современные технические решения создания вибраторов планетарного типа [1, 2], рис. 1, 2.



Рисунок 1 – Опытно-промышленный образец вибратора направленных действий с виброгенератором кассетного типа



Рисунок 2 – Кассета виброгенератора с мощностью 1.0-1,5 кВт

Не менее важным вопросом реализации современных вибрационных процессов является создание вибрационных машин с асимметричной вынуждающей силой. То есть, явление при котором величина амплитудного значения вынуждающей силы в рабочем направлении, например при забивке свай, кратно превышает величину вынуждающей силы, действующую в противоположном, холостом, направлении [3,4,5,8].

Получение асимметричной вынуждающей силы основано на сложении двух и более механических колебаниях, имеющих разные частоты колебаний, массы дебалансов и статические моменты дебалансов.

Простейшим механизмом является вибрационный механизм с двумя синхронизированными виброгенераторами.

Если собирается система последовательно соединённых вибрационных механизмов направленных колебаний планетарного типа рассматриваемых в [2,3], то колебание каждого механизма в отдельности будет вносить следующий вклад в ускорение:

$$a_i = \left(\frac{\pi n_i}{30}\right)^2 R_i \cos\left(\frac{\pi n_i}{30} t - \varphi_{0i}\right).$$

Поставим задачу сложения 2-х колебаний при следующих исходных данных: $R_1/R_2 = 100/100$ мм, $n_1/n_2 = 500/1000$ об/мин и, следовательно, $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = 1/2$.

Для начала рассмотрим задачу в общем виде. Массу первого дебаланса m_1 принимаем за условную единицу и тогда $m_2 = k_m m_1$. Следовательно, сила развиваемая каждым вибровозбудителем направленного действия равна

$$F_1 = m_1 a_1 = m_1 \omega_1^2 R_1 \cos(\omega_1 t - \varphi_1),$$

$$F_2 = m_2 a_2 = k_m m_1 a_2 = k_m m_1 \omega_2^2 R_2 \cos(\omega_2 t - \varphi_2),$$

и, следовательно, суммарная сила действия обоих вибровозбудителей будет равна

$$F = F_1 + F_2 = m_1 \omega_1^2 R_1 \cos(\omega_1 t - \varphi_1) + k_m m_1 \omega_2^2 R_2 \cos(\omega_2 t - \varphi_2), \quad (1)$$

С другой стороны

$$F = (m_1 + m_2)a = (m_1 + k_m m_1)a = m_1(1 + k_m)a. \quad (2)$$

Приравнивая левые части (1) и (2), получим

$$m_1(1 + k_m)a = m_1 \omega_1^2 R_1 \cos(\omega_1 t - \varphi_1) + k_m m_1 \omega_2^2 R_2 \cos(\omega_2 t - \varphi_2),$$

или

$$(1 + k_m)a = \omega_1^2 R_1 \cos(\omega_1 t - \varphi_1) + k_m \omega_2^2 R_2 \cos(\omega_2 t - \varphi_2). \quad (3)$$

Введём следующие обозначения:

$$\frac{m_2}{m_1} = k_m, \quad \frac{\omega_2}{\omega_1} = k_\omega, \quad \frac{R_2}{R_1} = k_R, \quad \frac{\varphi_2}{\varphi_1} = k_\varphi. \quad (4)$$

Тогда (3) можно переписать в виде

$$(1 + k_m)a = \omega_1^2 R_1 \cos(\omega_1 t - \varphi_1) + k_m k_\omega^2 \omega_1^2 k_R R_1 \cos(k_\omega \omega_1 t - k_\varphi \varphi_1).$$

Откуда можно перейти к безразмерному ускорению, разделив обе части полученного уравнения на $\omega_1^2 R_1$:

$$\frac{(1+k_m)}{\omega_1^2 R_1} a = \cos(\omega_1 t - \varphi_1) + k_m k_\omega^2 k_R \cos(k_\omega \omega_1 t - k_\varphi \varphi_1). \quad (5)$$

Уравнение (5) является функцией для нахождения безразмерного ускорения $\frac{(1+k_m)}{\omega_1^2 R_1} a$ в зависимости от управляющих параметров ω_1 , φ_1 , k_m , k_ω , k_R , k_φ , (абсциссой является время t), то есть

$$a_{\text{безразм}} = f(t, p) = f(t, \omega_1, \varphi_1, k_m, k_\omega, k_R, k_\varphi). \quad (6)$$

Смысл каждого параметра по отдельности ясен либо из их физического смысла, либо из соотношений (4). Видно также, что комплекс $k_m k_\omega^2 k_R$ также играет важную роль в определении формы результирующего колебания.

Таким образом, из (5) следует, что безразмерное ускорение будет иметь вид полигармонического колебания

$$a_{\text{безразм}} = \cos \alpha + b \cos \beta, \quad (7)$$

где $\alpha = \omega_1 t - \varphi_1$, $b = k_m k_\omega^2 k_R$, $\beta = k_\omega \omega_1 t - k_\varphi \varphi_1$. Одно из таких полигармонических колебаний показано на рис. 1.

Переход от безразмерного ускорения к размерному осуществляется по формуле

$$a = \frac{\omega_1^2 R_1}{1+k_m} a_{\text{безразм}} = \frac{\omega_1^2 R_1}{1+k_m} (\cos \alpha + b \cos \beta), \quad (8)$$

где определяющим является комплекс параметров $\frac{\omega_1^2 R_1}{1+k_m}$. А сила развиваемая системой двух колеблющихся дебалансов будет равна

$$F = m_1 (1 + k_m) a = m_1 \omega_1^2 R_1 (\cos \alpha + b \cos \beta). \quad (9)$$

Таким образом, ускорение системы двух дебалансов будет функцией от двух групп параметров (не считая времени): одна группа определяет колебания первого дебаланса ω_1 , φ_1 , R_1 , а вторая – колебания второго дебаланса через относительные коэффициенты k_m , k_ω , k_R , k_φ ; то есть

$$a = a(t, \omega_1, \varphi_1, R_1, k_m, k_\omega, k_R, k_\varphi). \quad (10)$$

Аналогично, сила будет функцией от 9 параметров:

$$F = F(t, m_1, \omega_1, \varphi_1, R_1, k_m, k_\omega, k_R, k_\varphi). \quad (11)$$

Как видно из формул (8) и (9), и ускорение, и сила, развиваемая системой двух дебалансов, являются полигармоническими колебаниями, которые отличаются от (7) только множителями. В зависимости от технического задания для виброгенератора, можно получать результирующую полигармонику разной формы, изменяя значения параметров в функциях (10) и (11).

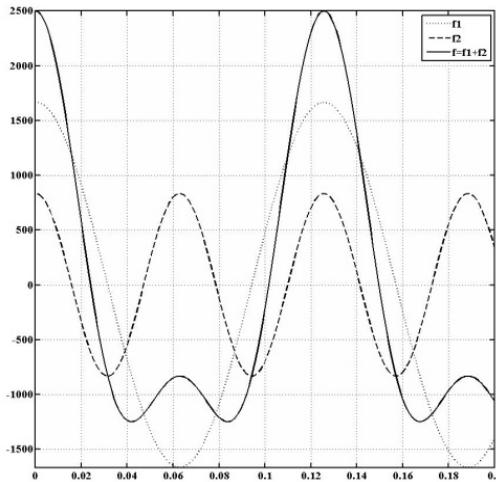


Рисунок 3 – Полигармоническое колебание f , являющееся линейной комбинацией гармонических колебаний f_1 и f_2

Например, если мы хотим получить максимальную положительную величину для полигармонического колебания, то складываемые гармоники должны иметь нулевую начальную фазу, то есть параметры φ_1 и k_φ надо зафиксировать, приравняв их нулю. Если мы хотим получить максимальную отрицательную величину для амплитуды полигармоники, то параметры φ_1 и k_φ надо зафиксировать, при этом $\varphi_1 = \pi$, $k_\varphi = 1$. Если надо синхронизировать нулевую точку колебаний, то $\varphi_1 = \pi/2$, $k_\varphi = \pm 1$. Нас далее будет интересовать первый случай, когда $\varphi_1 = 0$ и $k_\varphi = 0$. Тогда из (7) получим

$$a_{\text{безразм}} = \cos \alpha + b \cos \beta = \cos \omega_1 t + k_m k_\omega^2 k_R \cos k_\omega \omega_1 t. \quad (12)$$

Именно такое полигармоническое колебание показано на рис. 3. Экстремумы и нули такой полигармоники будут находиться из условия равенства тригонометрических функций своим экстремальным и нулевым значениям. В случае (12) максимум будет достигаться в точках, где косинусы одновременно становятся равными единице, то есть

$$\begin{cases} \cos \omega_1 t = 1, \\ \cos k_\omega \omega_1 t = 1, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega_1 t = 2\pi n, & n \in Z, \\ k_\omega \omega_1 t = 2\pi k, & k \in Z. \end{cases} \quad (13)$$

Аналогично, минимальные значения полигармоника примет, когда косинусы одновременно станут равны минус единице, и нулевые – когда косинусы одновременно станут равными нулю.

Вернёмся к нашим данным: $R_1/R_2 = 100/100$ мм, $n_1/n_2 = 500/1000$ об/мин, то есть $k_R = \frac{1}{1} = 1$, $k_\omega = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{n_2}{n_1} = 2$, $\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{50\pi}{3}$ с⁻¹. То есть, зафиксированы значения параметров k_ω , k_R , k_ϕ . В этом случае остаются для управления следующие параметры:

– единственный регулирующий параметр для безразмерного ускорения – коэффициент массы k_m :

$$a_{\text{безразм}} = \cos \frac{50\pi}{3} t + 4k_m \cos \frac{100\pi}{3} t; \quad (14)$$

– два управляющих параметра для ускорения – R_1 , k_m :

$$a = \frac{250\pi^2}{9(1+k_m)} \left[\cos \frac{50\pi}{3} t + 4k_m \cos \frac{100\pi}{3} t \right]; \quad (15)$$

– три управляющих параметра для ускорения – m_1 , R_1 , k_m :

$$F = \frac{250\pi^2}{9} m_1 \left[\cos \frac{50\pi}{3} t + 4k_m \cos \frac{100\pi}{3} t \right]. \quad (16)$$

Исследуем экстремумы и нулевые точки полигармонического колебания (14). Согласно (13), максимальные, минимальные и нулевые значения этого колебания будут определяться как пересечение двух множеств решений уравнений вида:

$$\begin{cases} \cos \frac{50\pi}{3} t = 1, \\ \cos \frac{100\pi}{3} t = 1, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{50\pi}{3} t = 2\pi n, n \in Z, \\ \frac{100\pi}{3} t = 2\pi k, k \in Z, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 0, \frac{6}{50}, \frac{12}{50}, \dots \\ t = 0, \frac{6}{100}, \frac{12}{100}, \dots \end{cases} \quad (17a)$$

$$\begin{cases} \cos \frac{50\pi}{3} t = -1, \\ \cos \frac{100\pi}{3} t = -1, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{50\pi}{3} t = \pi(1 + 2n), n \in Z, \\ \frac{100\pi}{3} t = \pi(1 + 2k), k \in Z, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{3}{50}, \frac{9}{50}, \frac{15}{50}, \dots \\ t = \frac{3}{100}, \frac{9}{100}, \frac{15}{100}, \dots \end{cases} \quad (17б)$$

$$\begin{cases} \cos \frac{50\pi}{3} t = 0, \\ \cos \frac{100\pi}{3} t = 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{50\pi}{3} t = \pi\left(\frac{1}{2} + n\right), n \in Z, \\ \frac{100\pi}{3} t = \pi\left(\frac{1}{2} + k\right), k \in Z, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{3}{100}, \frac{9}{100}, \frac{15}{100}, \dots \\ t = \frac{3}{200}, \frac{9}{200}, \frac{15}{200}, \dots \end{cases} \quad (17в)$$

соответственно. Таким образом, максимальные значения будут достигаться в моменты времени $t = \frac{6}{50}n$ ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$), согласно (17а). Минимальные значения из (17б) и нулевые из (17в) мы получить не сможем, так как условием $\varphi_1 = 0$ и $k_\varphi = 0$ мы синхронизировали только моменты времени для максимальных положительных значений ускорения. Для нахождения всех экстремальных точек надо продифференцировать (14) по времени

$$\frac{\partial a_{\text{безразм}}}{\partial t} = -\frac{50\pi}{3} \sin \frac{50\pi}{3} t - 4k_m \frac{100\pi}{3} \sin \frac{100\pi}{3} t$$

и приравнять нулю это выражение. Таким образом, получим

$$\begin{cases} \sin \frac{50\pi}{3} t = 0, \\ \cos \frac{50\pi}{3} t = -\frac{1}{16k_m}, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{50\pi}{3} t = \pi n, n \in Z, \\ \frac{50\pi}{3} t = \pm \arccos\left(-\frac{1}{16k_m}\right) + 2\pi k, k \in Z, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{3}{50}n, n \in Z, \\ t = \pm \frac{3}{50\pi} \arccos\left(-\frac{1}{16k_m}\right) + \frac{6}{50}k, k \in Z. \end{cases} \quad (18)$$

Первое множество решений системы (18) включает в себя полученные ранее из (17а) точки абсолютных максимумов, но теперь оно содержит и точки локальных максимумов (рис.1). Второе множество решений системы (18) содержит точки минимумов (рис.1). То есть в диапазоне одного периода колебания при $t \in [0, \frac{6}{50}]$, интересующие нас моменты времени будут $t = 0; \frac{3}{50\pi} \arccos\left(-\frac{1}{16k_m}\right); \frac{3}{50}; \frac{6}{50} - \frac{3}{50\pi} \arccos\left(-\frac{1}{16k_m}\right)$ и экстремальные значения исследуемого полигармонического колебания (14) будут равны:

1-ый максимум

$$a_{\text{безразм},1} = \cos 0 + 4k_m \cos 0 = 1 + 4k_m; \quad (19a)$$

1-ый минимум

$$a_{\text{безразм},2} = -\frac{1}{32k_m} - 4k_m; \quad (19б)$$

2-ой максимум

$$a_{\text{безразм},3} = -1 + 4k_m; \quad (19в)$$

2-ой минимум

$$a_{\text{безразм},4} = -\frac{1}{32k_m} - 4k_m. \quad (19г)$$

Аналогично, для ускорения:

1-ый максимум

$$a_1 = \frac{250\pi^2(1+4k_m)}{9(1+k_m)}; \quad (20a)$$

1-ый минимум

$$a_2 = \frac{250\pi^2}{9(1+k_m)} \left(-\frac{1}{32k_m} - 4k_m \right); \quad (20б)$$

2-ой максимум

$$a_3 = \frac{250\pi^2(-1+4k_m)}{9(1+k_m)}; \quad (20в)$$

2-ой минимум

$$a_4 = \frac{250\pi^2}{9(1+k_m)} \left(-\frac{1}{32k_m} - 4k_m \right). \quad (20г)$$

И для силы:

1-ый максимум

$$F_1 = \frac{250\pi^2}{9} m_1 (1 + 4k_m); \quad (21a)$$

1-ый минимум

$$F_2 = \frac{250\pi^2}{9} m_1 \left(-\frac{1}{32k_m} - 4k_m \right); \quad (21б)$$

2-ой максимум

$$F_3 = \frac{250\pi^2}{9} m_1 (-1 + 4k_m); \quad (21в)$$

2-ой минимум

$$F_4 = \frac{250\pi^2}{9} m_1 \left(-\frac{1}{32k_m} - 4k_m \right). \quad (21г)$$

Для вибрационного механизма важным параметром является коэффициент асимметрии, который в данных обозначениях равен:

– для безразмерного ускорения

$$K_{\text{безразм}} = \left| \frac{a_{\text{безразм},1}}{a_{\text{безразм},2}} \right| = \frac{1+4k_m}{\frac{1}{32k_m}+4k_m} = 32k_m \left(1 - \frac{124k_m}{1+128k_m} \right); \quad (22a)$$

– для ускорения

$$K_a = \left| \frac{a_1}{a_2} \right| = K_{\text{безразм}}; \quad (22б)$$

– для силы

$$K_F = \left| \frac{F_1}{F_2} \right| = K_{\text{безразм}}. \quad (22в)$$

Как видим из (22), коэффициенты асимметрии одинаковы, что и ожидалось, поскольку, как говорилось выше, все три колебания (7)–(9) отличаются друг от друга только множителями.

Выражение (22) позволяет вычислить коэффициент асимметрии по отношению масс k_m (табл. 1). График зависимости K от k_m приведён на рис. 4, это график обратной пропорциональности, смещённый на 1 вдоль оси y .

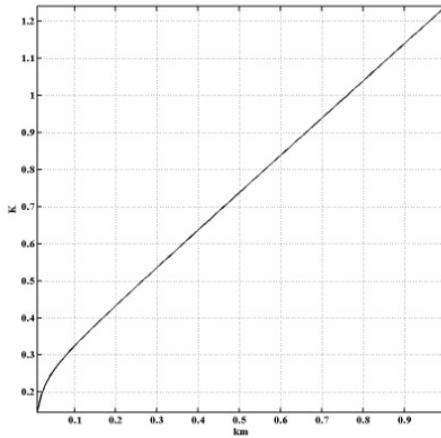


Рисунок 4 – Зависимость коэффициента асимметрии K от коэффициента масс k_m по выражению (21)

При изменении коэффициента масс k_m в диапазоне от 0,1 до 1 коэффициент асимметрии меняется от 6 до 1,5. Чтобы получить больший коэффициент асимметрии, надо уменьшить коэффициент масс, и наоборот.

Таблица 1 – Коэффициент асимметрии K при некоторых значениях коэффициента масс k_m

k_m	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
K	0,33	0,43	0,54	0,64	0,74	0,84	0,94	1,04	1,14	1,24

Вернёмся к графику полигармонического колебания на рис. 1. Нулевые точки этого графика, ординаты которых определяются из любого из уравнений (14–16)

$$\cos \frac{50\pi}{3} t = \frac{\pm \sqrt{128k_m^2 + 1} - 1}{16k_m},$$

позволяют выделить этапы холостого ($a_{\text{безразм}} < 0$) и рабочего хода ($a_{\text{безразм}} > 0$).

График зависимости (17) для значений $m_1 = 10$ кг, $k_m = 1/2$ показан на рис. 5.

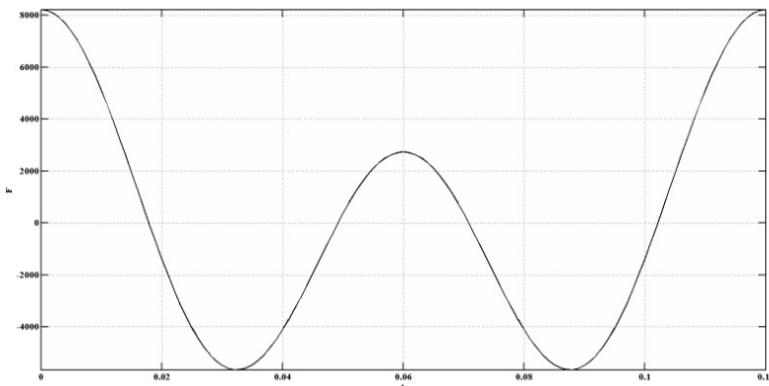


Рисунок 5 – Зависимость силы F от времени t согласно выражению (17)

Таким образом: при исходных данных: $R_1/R_2 = 100/100$ мм, $n_1/n_2 = 500/1000$ об/мин, $m_1 = 10$ кг, $k_m = 1/2$ имеем коэффициент асимметрии: $K = 0,74$, а наибольшее значение силы при этом составляет 8224,7 Н.

Проведённый анализ создания направленных колебаний на системе из двух виброгенераторов позволяет по (11) найти зависимость результирующей силы $F = F(t, m_1, \omega_1, \varphi_1, R_1, k_m, k_\omega, k_R, k_\varphi)$ как функцию от нескольких параметров вида (9):

$$F = m_1(1 + k_m)a = m_1\omega_1^2 R_1(\cos \alpha + b \cos \beta),$$

где $\alpha = \omega_1 t - \varphi_1$, $b = k_m k_\omega^2 k_R$, $\beta = k_\omega \omega_1 t - k_\varphi \varphi_1$. Обозначения коэффициентов k_m , k_ω , k_R , k_φ раскрываются в (4). Анализ полученной функциональной зависимости $F = F(t, m_1, \omega_1, \varphi_1, R_1, k_m, k_\omega, k_R, k_\varphi)$ позволяет определить диапазоны рабочего и холостого хода, коэффициент асимметрии силы и амплитудные значения.

Исследования выполнены при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Белгородской области в рамках проекта №14-41-08043 «р_офи_м», с использованием оборудования ЦВТ БГТУ им. В.Г. Шухова.

Список литературы:

1. Герасимов М.Д., Исаев И.К. Способ направленных колебаний и устройство для его осуществления. Патент RU 2381078 С2, В06В 1/00, 24.12.2007.
2. Герасимов М.Д., Герасимов Д.М., Исаев И.К. и др. Одновалный планетарный вибратор направленных колебаний. Патент RU 2381078, Заявка № 2012 133129 от 2014.01.13.
3. Герасимов М.Д., Мкртычев О.В. Кинематический анализ вибрационного механизма планетарного типа // Science Time. 2014. № 4. С. 44 – 57.
4. Герасимов М.Д. Способ получения направленных механических колебаний для практического применения в технологических процессах // Строительные и дорожные механизмы. 2014. №1. С. 35 – 38.
5. Герасимов М.Д., Герасимов Д.М. Определение закона движения, скорости и ускорения центра масс планетарного вибровозбудителя // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2013. №12. С. 8 – 11.
6. Вибрационные машины в строительстве и производстве строительных материалов: Справочник / Под. ред. В.А. Баумана и др. М.: Машиностроение, 1970. 548 с.
7. Calculation of main kinematic characteristics of the single-shaft vibrator with aimed fluctuations / M.D. Gerasimov, O.V. Mkrtychev, V.A. Stepanistchev, V.S. Sevost'yanov // Research Journal of Applied Sciences. 2014. № 9. P. 855-861. URL: <http://medwelljournals.com/abstract/?doi=rjasci.2014.855.861>
8. Уральский А.В., Севостьянов В.С. Многофункциональный центробежный агрегат с параллельными помольными блоками // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. 2010. №1. С. 106-111.