

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ДИНАМИКИ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ НА ОПОРАХ КОЛЬЦА ПРИ ЕГО ОБРАБОТКЕ ПО МОБИЛЬНОЙ ТЕХНОЛОГИИ

pobvtas@yandex.ru

Полунин А.И., канд. техн. наук, доц.
*Белгородский государственный технологический
университет им. В.Г. Шухова*

Аннотация. В статье приведены результаты исследований по разработке математических моделей динамики вращающегося на опорах кольца, обрабатываемого по мобильной технологии. Показано отличие возникающих в нем динамических процессов от процессов, возникающих в свободно вращающемся кольце. Доказана теорема о характере прецессионного движения стоячей волны во вращающемся на опорах кольце. Приведены уравнения динамики вращающегося на опорах кольца с идеальными характеристиками, при его обработке по мобильной технологии, а так же результаты расчетов по ним.

Ключевые слова: мобильная технология обработки крупногабаритных колец, оболочек; прецессионное движение стоячей волны; динамика вращающегося на опорах кольца; точность формообразования кольца при обработке по мобильной технологии; влияние силы резания на колебания вращающегося на опорах кольца.

Одной из новых технологий в промышленности является обработка крупногабаритных колец и оболочек с использованием мобильной технологии. В некоторых работах ее еще называют безрамной. При ее использовании обрабатываемое тело ставят в вертикальной плоскости на два опорных ролика, приводят их во вращение и обрабатывают приставным станочным модулем. Основной целью такой технологии является правильное формообразование обрабатываемого тела с целью использования в дальнейшей технологической цепочке. На точность формообразования влияют динамика обрабатываемого тела, динамика станочного модуля, износостойкость реза. Поэтому при внедрении такой технологии необходимо решить следующие научные и технические проблемы, влияющие на точность формообразования:

1. разработка основ исследования динамики вращающихся на опорах колец, оболочек;

2. разработка математических моделей динамики вращающихся на опорах колец, оболочек с учетом действия внешних сил и возмущающих факторов;

3. управление динамикой обрабатываемого тела в процессе формообразования;

4. идентификация параметров колец, оболочек с целью улучшения качества управления динамикой при формообразовании;

5. проектирование станочных модулей;

6. проектирование износостойких резцов.

Рассмотрим первую проблему - разработку основ исследования динамики вращающихся на опорах колец, оболочек. Необходимость в ее решении обусловлена тем обстоятельством, что в этих телах при вращении вследствие действия внешних сил и возмущающих факторов возникают стоячие волны, характер поведения которых в имеющихся работах не исследован. Это не позволяет получить уравнения их динамики. Наиболее близкими к данному вопросу являются исследования по тематике создания теоретических основ волнового твердотельного гироскопа (ВТГ), опубликованные в работах Журавлева, Климова [1], Егармина, и других ученых.

Отличим их от рассматриваемых в данной работе является то, что в ВТГ прецессионное движение стоячих волн ни чем не ограничено и угол их поворота может неограниченно возрастать.

Во вращающихся на опорах кольце, оболочке область, в которой может происходить движение стоячих волн, ограничена опорами, исследования по характеру движения стоячих волн в этом диапазоне отсутствуют.

Главной проблемой, которую надо решить, является определение характера прецессионного движения возбужденных стоячих волн. В имеющихся работах Журавлева, Климова по ВТГ эта задача решалась путем анализа дифференциальных уравнений в частных производных динамики вращающегося кольца и из условия существования решения было получено выражение для угловой скорости прецессии стоячей волны. Такой путь, удобный и быстрый в случае свободного кольца, оболочки, является проблематичным вследствие необходимости учитывать опоры, действие внешних сил и возмущающих факторов. Поэтому был выбран другой путь, при котором уравнения динамики кольца, оболочки в частных производных заменяются обыкновенными дифференциальными уравнениями. Для этого вводим базисные функции и обобщенные координаты, прецессия стоячих волн задается неизвестными функциями. Динамика кольца зависит от вида этих функций. Поэтому функции, задающие прецессию стоячих волн можно

рассматривать как еще одни обобщенные координаты и получить для них дифференциальные уравнения. Далее из анализа системы уравнений для обобщенных координат и функций, задающих прецессию стоячих волн, делается вывод о характере прецессии стоячих волн. Затем получаем уравнения динамики.

Расчетная схема для составления уравнений представлена на рис. 1

Основные гипотезы, используемые при получении уравнений динамики кольца с растяжимой средней линией, вращающегося на двух опорах с постоянной скоростью, следующие.

1. Опорные ролики имеют форму цилиндра постоянного радиуса и погрешности их выставки можно задавать погрешностью выставки осей роликов.

2. Угловая скорость вращения кольца постоянна.

3. Оси вращения в возмущенном и невозмущенном движении кольца совпадают.

4. Используется гипотеза плоских сечений.

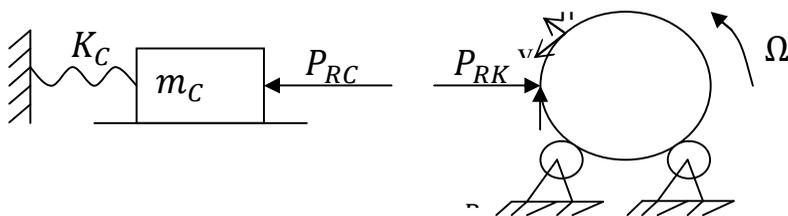


Рисунок 1 – Расчётная схема

Величины радиального и тангенциального перемещений кольца с растяжимой средней линией определяем по формулам

$$U = a_0 + \sum_{i=1}^N a_{ui} \cos(i(\theta + \varphi_{ui})) + \sum_{i=1}^N b_{ui} \sin(i(\theta + \varphi_{ui})),$$

$$V = \sum_{i=1}^N a_{vi} \cos(i(\theta + \varphi_{vi})) + \sum_{i=1}^N b_{vi} \sin(i(\theta + \varphi_{vi})).$$

Здесь U , V – соответственно радиальное и тангенциальное перемещение точки средней линии кольца, заданной угловой координатой θ ; $a_0, a_{ui}, b_{ui}, a_{vi}, b_{vi}$ – неизвестные функции времени t , которые надо определить, задают амплитуду колебаний; $\varphi_{ui}, \varphi_{vi}$ —

неизвестные функции времени, задающие прецессию стоячих волн, подлежащие определению; N – число учитываемых слагаемых ряда Фурье;

$$P_R = 10C_p^p t_R^{XP} S^{YP} V^{np}, P_T = 10C_p^T t_R^{XT} S^{YT} V^{nT} - \text{силы резания.}$$

С использованием предложенного подхода доказана следующая теорема для линейных систем.

ТЕОРЕМА 1. При возникновении периодических колебаний во вращающемся с постоянной угловой скоростью на двух параллельных опорах кольце, прецессия гармоник $\varphi_{qi}(t)$ ($i = 1, 2, \dots, N$), ($q=U, V$) происходит с угловой скоростью вращения кольца Ω , а прецессия стоячих волн происходит с угловой скоростью вращения кольца Ω при $a_{qi}(t) = k_{qi}b_{qi}(t)$ или равенстве нулю одной из координат a_{qi} , b_{qi} , где $a_{qi}(t), b_{qi}(t)$ – обобщенные координаты по i – й гармонике, k_{qi} – произвольный коэффициент для каждой гармоники, либо, при $a_{qi}(t) \neq k_{qi}b_{qi}(t)$ процессия стоячей волны происходит с периодической угловой скоростью $\Omega + f_{qi}(t)$, где $f_{qi}(t)$ – периодическая функция.

Для доказательства теоремы были получены дифференциальные уравнения для обобщенных координат a_{ui} , b_{ui} , a_{vi} , b_{vi} и функций φ_{ui} , φ_{vi} . Для их получения использовалось уравнение Лагранжа 2 рода

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} + F_{qj} = \sum_{i=1}^k \lambda_i^H e_{ij} + G_j,$$

где T , Π – кинетическая и потенциальная энергии соответственно; q_j – j -я обобщенная координата; t – время; k – число связей, наложенных на координаты q_j ; λ_i^H – неопределенный множитель Лагранжа; e_{ij} – производная i – го уравнения связи по j – й координате; G_j – сила, действующая по координате q_j ; F_{qj} – сила трения.

Кинетическая и потенциальная определялись соответственно зависимостями

$$T = \frac{r\rho F}{2} \int_0^{2\pi} [(\dot{V} + \Omega r + \Omega U)^2 + (\dot{U} - \Omega V)^2] d\theta,$$

$$\Pi_1 = \frac{\mu}{2} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta} - \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} \right)^2 d\theta,$$

$$\Pi_2 = \frac{\nu}{2} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial V}{\partial \theta} + U \right)^2 d\theta,$$

где: r, ρ, F – соответственно радиус средней линии кольца, удельная плотность материала, площадь поперечного сечения;

$$\mu = \frac{EI}{r^3}; \quad \nu = \frac{EF}{r}.$$

Обобщенные силы резания, действующие по обобщенным координатам, имеют вид

$$\begin{aligned} Q_{\dot{x}P}^R &= -P_R, & Q_{a_0}^R &= -P_R, \\ Q_{a_{uj}}^R &= -P_R \cos(j(\theta_R - \Omega t + \varphi_{uj})), \\ Q_{b_{uj}}^R &= -P_R \sin(j(\theta_R - \Omega t + \varphi_{uj})), & Q_{a_{vj}}^\tau &= -P_\tau \cos(j(\theta_R - \Omega t + \varphi_{vj})), \\ & & &= -P_\tau \cos(j(\theta_R - \Omega t + \varphi_{vj})), \\ Q_{b_{vj}}^\tau &= -P_\tau \sin(j(\theta_R - \Omega t + \varphi_{vj})). \end{aligned}$$

Условия связи, по обобщенным координатам, имеют вид

$$\begin{aligned} a_0 + \sum_{i=1}^N a_{ui} \cos(i(\pi - \alpha - \Omega t + \varphi_{Uj})) + \\ + \sum_{i=1}^N b_{ui} \sin(i(\pi - \alpha - \Omega t + \varphi_{Uj})) &= 0, \\ a_0 + \sum_{i=1}^N a_{ui} \cos(i(\pi + \alpha - \Omega t + \varphi_{Uj})) + \\ + \sum_{i=1}^N b_{ui} \sin(i(\pi + \alpha - \Omega t + \varphi_{Uj})) &= 0. \end{aligned}$$

В этих уравнениях учитываются обобщенные внешние силы, обобщенные гравитационные силы, обобщенные силы резания, обобщенные силы внутреннего трения. Необходимо отметить, что для получения формул сил внутреннего трения в нашем случае нельзя было использовать классический подход, основанный на использовании матрицы жесткостей, т.к. он не учитывает наличие прецессии стоячих

волн. Поэтому в работе были получены формулы для сил внутреннего трения, учитывающие прецессию стоячих волн. Из них, как частный случай, получаются классические формулы.

Решается эта система с условиями связи.

Уравнения для указанных переменных получены в общем виде с использованием символики формализма Лагранжа, они не привязаны к уравнениям конкретного кольца. Анализ этих уравнений показал, что уравнение для φ_{UJ} можно получить комбинацией уравнений для a_{uj} , b_{uj} , а уравнений для φ_{VJ} комбинацией уравнений для a_{vj} , b_{vj} . Уравнение полученное дифференцированием по a_{uj} , надо умножить на Jb_{uj} и вычесть уравнение, полученное дифференцированием b_{uj} , умноженное на Ja_{uj} . Аналогично и для координаты V . А так как во все уравнения входят φ_{UJ} , φ_{VJ} то отсюда следует, что эти функции могут быть любыми.

Дальнейший анализ этих уравнений показал, что в случае линейной системы, дифференциальные уравнения, описывающие ее, должны иметь постоянные коэффициенты. Это будет в том случае, если скорости прецессии гармоник константы.

Следующим условием является то, что стоячая волна может находиться только внутри углового диапазона, ограниченного опорными. При постоянной скорости прецессии это будет в том случае, если скорость прецессии гармоник стоячих волн равна угловой скорости вращения кольца.

Для рассмотрения прецессии стоячей волны преобразуем радиальное перемещение

$$U = a_0 + \sum_{i=1}^N a_{ui} \cos(i(\theta + \varphi_{ui})) + \sum_{i=1}^N b_{ui} \sin(i(\theta + \varphi_{ui})).$$

Получим

$$U = a_0 + \sum_{i=1}^N A_{ui} \sin(i(\theta + \varphi_{ui} + \gamma_{ui})),$$

где $A_{ui}^2(t) = a_{ui}^2(t) + b_{ui}^2(t)$, $\gamma_{ui}(t) = \beta_{ui}(t) / i$,

$$\beta_{ui}(t) = \text{arctg}(a_{ui}(t) / b_{ui}(t)).$$

При $a_{ui}(t) = k_{ui} b_{ui}(t)$, где k_{ui} – константа, получим $\beta_{ui}(t) = \text{arctg}(k_{ui})$, $\gamma_{ui}(t) = \text{arctg}(k_{ui}) / i$, $\varphi_{ui} + \gamma_{ui} = \Omega t + \text{arctg}(k_{ui}) / i$,

$\frac{d}{dt}(\varphi_{ui} + \gamma_{ui}) = \Omega$, т.е. прецессия происходит с постоянной угловой скоростью, равной скорости вращения кольца.

Кроме того, постоянная скорость прецессии i – й гармоники будет при равенстве нулю одной из обобщенных координат $a_{ui}(t), b_{ui}(t)$.

При $a_{ui}(t) \neq k_{ui}b_{ui}(t)$ и $a_{ui}(t), b_{ui}(t)$ не равных нулю $\beta_{ui}(t) = \arctg(a_{ui}(t)/b_{ui}(t))$ и является периодической функцией,

т.к. переменные $a_{ui}(t), b_{ui}(t)$ описывают периодический колебательный процесс, поэтому $\gamma_{ui}(t), \dot{\gamma}_{ui}(t)$ – периодические функции.

Скорость прецессии стоячей волны $\frac{d}{dt}(\varphi_{ui} + \gamma_{ui}) = \Omega + \dot{\gamma}_{ui}$ состоит из суммы постоянной и периодической скорости движения.

Теорема 1 доказана.

Используя результат теоремы запишем уравнения динамики кольца с растяжимой средней линией

$$\begin{aligned}
 & \pi \varepsilon \ddot{a}_0 + 2\pi \nu K_T \dot{a}_0 + 2\pi(\nu - \varepsilon \Omega^2) a_0 = \\
 & \quad = 2\pi \varepsilon \Omega^2 r - P_R + \lambda_1 + \lambda_2, \\
 & \quad m_C \ddot{X}_p + K_{Xp}^T \dot{X}_p + K_C X_p = -P_R. \\
 & \pi \varepsilon \ddot{a}_{uj} + \pi K_T (\mu j^4 + \nu) \dot{a}_{uj} + 2\pi \varepsilon \Omega j \dot{b}_{vj} - 2\pi \varepsilon \Omega \dot{a}_{vj} \\
 & \quad + \pi K_T j (\mu j^2 + \nu) \dot{b}_{vj} + \\
 & + \pi (\mu j^4 + \nu - \varepsilon \Omega^2 (1 + j^2)) a_{uj} + \pi K_T \Omega j (\mu j^4 + \nu) b_{uj} \\
 & \quad - 2\pi K_T \Omega j^2 (\mu j^2 + \nu) a_{vj} + \\
 & + \pi j (\mu j^2 + \nu - 2\varepsilon \Omega^2) b_{vj} = -P_R \cos(j\theta_R) + \\
 & \quad + \cos(j(\pi - \alpha)) \lambda_1 + \cos(j(\pi + \alpha)) \lambda_2, \\
 & \pi \varepsilon \ddot{b}_{uj} + \pi K_T (\mu j^4 + \nu) \dot{b}_{uj} - 2\pi \varepsilon \Omega j \dot{a}_{uj} - 2\pi \varepsilon \Omega \dot{b}_{vj} \\
 & \quad - \pi K_T j (\mu j^2 + \nu) \dot{a}_{vj} + \\
 & + \pi (\mu j^4 + \nu - \varepsilon \Omega^2 (1 + j^2)) b_{uj} - \pi K_T \Omega j (\mu j^4 + \nu) a_{uj} \\
 & \quad - \pi K_T \Omega j^2 (\mu j^2 + \nu) b_{vj} + \\
 & + \pi j (-\mu j^2 - \nu + 2\varepsilon \Omega^2) a_{vj} = -P_R \sin(j\theta_R) + \\
 & \quad + \sin(j(\pi - \alpha)) \lambda_1 + \sin(j(\pi + \alpha)) \lambda_2, \\
 & \pi \varepsilon \ddot{a}_{vj} + 2\pi \varepsilon \Omega \dot{a}_{uj} - \pi K_T j (j^2 \mu + \nu) \dot{b}_{uj} + \pi K_T j^2 (\mu + \nu) \dot{a}_{vj} \\
 & \quad + 2\pi \varepsilon j \Omega \dot{b}_{vj} + \\
 & + \pi K_T j^2 \Omega (\mu j^2 + \nu) a_{uj} + \pi j (2\varepsilon \Omega^2 - (\mu j^2 + \nu)) b_{uj} + \pi (j^2 (\mu + \nu) -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\alpha\Omega^2(j^2 + 1)a_{vj} + \pi K_T j^3 \Omega(\mu + \nu)b_{vj} = \\
& \quad = -P_\tau \cos(j\theta_R), \\
& \pi\alpha\dot{b}_{vj} + \pi K_T j(\mu j^2 + \nu)\dot{a}_{uj} + 2\pi\alpha\Omega\dot{b}_{uj} - 2\pi\alpha j\Omega\dot{a}_{vj} + \\
& \quad + \pi K_T j^2(\mu + \nu)\dot{b}_{vj} + \pi j(\mu j^2 + \nu - 2\alpha\Omega^2)a_{uj} \\
& \quad + \pi K_T j^2 \Omega(\mu j^2 + \nu)b_{uj} - \\
& -\pi K_T j^3 \Omega(\mu + \nu)a_{vj} + \pi(j^2(\mu + \nu) - \alpha\Omega^2(1 + j^2))b_{vj} = \\
& \quad = -P_\tau \sin(j\theta_R), \\
& \quad (j = (1, 2, \dots, N)).
\end{aligned}$$

Эта система уравнений решается с условиями связей в точках опор

$$\begin{aligned}
a_0 + \sum_{i=1}^N a_{ui} \cos(i(\pi - \alpha)) + \sum_{i=1}^N b_{ui} \sin(i(\pi - \alpha)) &= 0, \\
a_0 + \sum_{i=1}^N a_{ui} \cos(i(\pi + \alpha)) + \sum_{i=1}^N b_{ui} \sin(i(\pi + \alpha)) &= 0.
\end{aligned}$$

Перемещение кольца в точке реза определяем по формуле

$$U(\theta_R) = a_0 + \sum_{i=1}^N a_{ui} \cos(i\theta_R) + \sum_{i=1}^N b_{ui} \sin(i\theta_R).$$

Получены также уравнения динамики вращающегося на опорах кольца с нерастяжимой средней линией.

На основе полученных уравнений были проведены вычисления по исследованию влияния скорости вращения кольца на его собственные частоты колебаний. На рис. 2, 3 представлены полученные результаты для колец радиусом 5м, 4м, 3м.

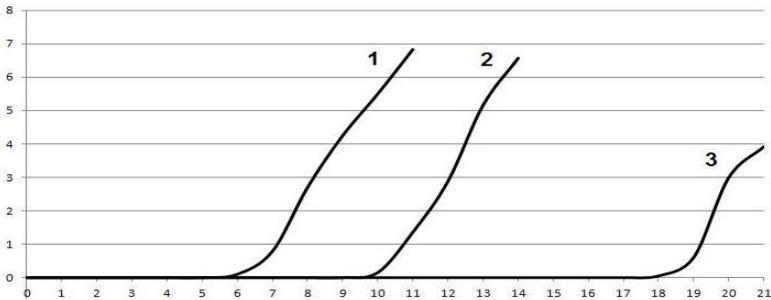


Рисунок 2 – Зависимость показателя расходимости колебательного процесса от скорости вращения кольца

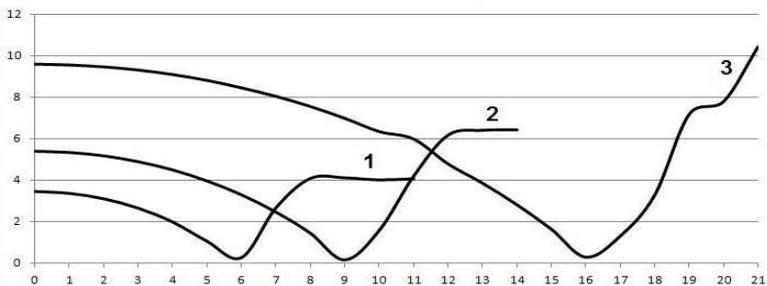


Рисунок 3 – Зависимость первой собственной частоты колебаний кольца от его скорости вращения

Цифрой 1 обозначено кольцо радиуса 5 метров, 2 – 4 метра, 3 – 3 метра.

Из рисунка видно, что с увеличением скорости вращения собственная частота колебаний кольца уменьшается до нуля, а затем возникает расходящийся процесс.

В таблице 1 представлены результаты физического и вычислительного экспериментов по определению первой собственной частоты колебаний вращающегося на опорах кольца, а в таблице значения первой и второй собственных частот в зависимости от угла между опорами и скорости вращения, вычисленные по модели и полученные в физическом эксперименте.

Таблица 1 – Зависимость первой собственной частоты от угловой скорости вращения кольца

Эксперимент	Угловая скорость вращения кольца, рад/с			
	0	1,8	5,5	6,75
Физический	34,67	34,60	33,05	32,87
Вычислительный	37,78	37,77	37,35	37,18

Таблица 2 – Значения собственных частот кольца в зависимости от скорости вращения и угла между опорами

2α	Ω	Эксперимент		Результаты расчетов по моделям			
				Н Нераст. сред.л.		Раст. сред.лин.	
		ω_1	ω_2	ω_1	ω_2	ω_1	ω_2
52,6	0	35,16	92,1	40,44	83,41	41,14	97,1
62,6	0	37,68	99,14	42,64	90,51	43,74	102,14
52,6	0,42	47,1	87,92	40,44	83,41	41,03	96,92
52,6	0,55	43,96	94,20	40,43	83,38	40,95	96,83
62,6	0,54	37,68	104,06	42,64	90,48	43,68	102,01
62,6	2,1	36,76	102,60	42,50	90,20	43,57	101,91

Различие результатов расчетов и экспериментов объясняется отличием физических и геометрических параметров кольца от постоянных, использованных при расчетах, а также сложностью фиксации точного значения резонансной частоты кольца вследствие действия возмущающих факторов на нее при вращении от непостоянства радиуса, толщины. Кроме того, в погрешность расчетов по полученным моделям может вносить то обстоятельство, что действительный процесс колебаний, описываемый уравнениями в частных производных, описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями.

В таблице 3 представлены результаты исследований влияния угловой скорости вращения кольца на величину радиального и тангенциального прогиба в точке 90 градусов при разной толщине кольца. Радиус 2,85м, ширина 1м.

В таблице 4 представлены результаты оценки коэффициентов внутреннего трения кольца по результатам эксперимента. Радиус кольца 0,185м, толщина 0,001м, ширина 0,065м. При оценке использовались модели с растяжимой и нерастяжимой средней линией.

На рис. 4 – 7 представлены результаты по исследованию влияния периодической силы на амплитуду колебаний кольца толщиной 0,05м, радиуса 1,5м, шириной 2м. Амплитуда возмущающей силы 500 н, частота 100р/с. Исследования проводились для разных углов между опорами и скоростей вращения кольца и разных точек приложения силы.

Таблица 3 – Прогиб вращающегося кольца

$\frac{\Omega}{1/c}$		0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
0	U, м	$1,1 \cdot 10^{-4}$	$1,6 \cdot 10^{-4}$	$2,5 \cdot 10^{-4}$	$4,4 \cdot 10^{-4}$	$1,0 \cdot 10^{-3}$	$4,0 \cdot 10^{-3}$
	V, м	$7,0 \cdot 10^{-5}$	$1,0 \cdot 10^{-4}$	$1,6 \cdot 10^{-4}$	$2,8 \cdot 10^{-4}$	$6,4 \cdot 10^{-4}$	$2,5 \cdot 10^{-3}$
10	U, м	$1,1 \cdot 10^{-4}$	$1,6 \cdot 10^{-4}$	$2,5 \cdot 10^{-4}$	$4,4 \cdot 10^{-4}$	$1,0 \cdot 10^{-3}$	$4,3 \cdot 10^{-3}$
	V, м	$7,0 \cdot 10^{-5}$	$1,0 \cdot 10^{-4}$	$1,6 \cdot 10^{-4}$	$2,8 \cdot 10^{-4}$	$6,5 \cdot 10^{-4}$	$2,7 \cdot 10^{-3}$
20	U, м	$1,1 \cdot 10^{-4}$	$1,6 \cdot 10^{-4}$	$2,5 \cdot 10^{-4}$	$4,6 \cdot 10^{-4}$	$1,1 \cdot 10^{-4}$	$5,7 \cdot 10^{-3}$
	V, м	$7,0 \cdot 10^{-5}$	$1,0 \cdot 10^{-4}$	$1,6 \cdot 10^{-4}$	$3,0 \cdot 10^{-4}$	$6,8 \cdot 10^{-4}$	$3,5 \cdot 10^{-3}$

Таблица 4 – Коэффициенты внутреннего трения

Угол между опорами, град		11,96	25	50,62	64,96
Коэф. затух. перех. проц. в эксперименте		$-4,97 \cdot 10^{-2}$	$-7,60 \cdot 10^{-2}$	-0,110	-0,116
Коэф. трения с	Нерастяж.средняя линия	$0,98 \cdot 10^{-4}$	$1,38 \cdot 10^{-4}$	$1,52 \cdot 10^{-4}$	$1,32 \cdot 10^{-4}$
	Растяжим.средняя линия	$0,66 \cdot 10^{-4}$	$0,95 \cdot 10^{-4}$	$1,12 \cdot 10^{-4}$	$1,04 \cdot 10^{-4}$

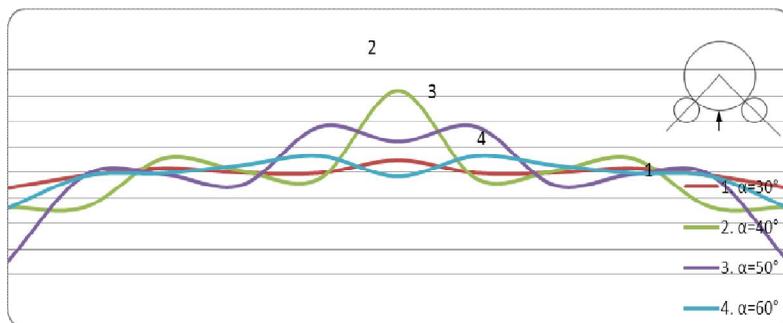


Рисунок 4 – Влияние центральной силы на амплитуду колебаний невращающегося кольца

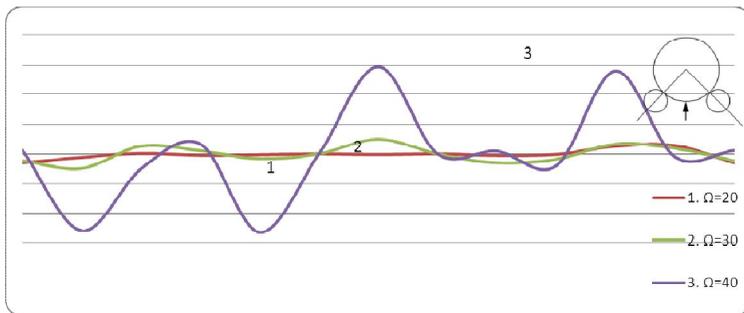


Рисунок 5 – Влияние центральной силы на амплитуду колебаний вращающегося кольца при угле между опорами 40 градусов

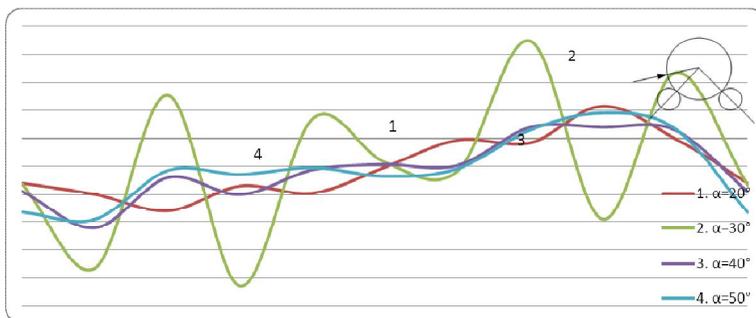


Рисунок 6 – Влияние боковой силы на амплитуду колебаний невращающегося кольца

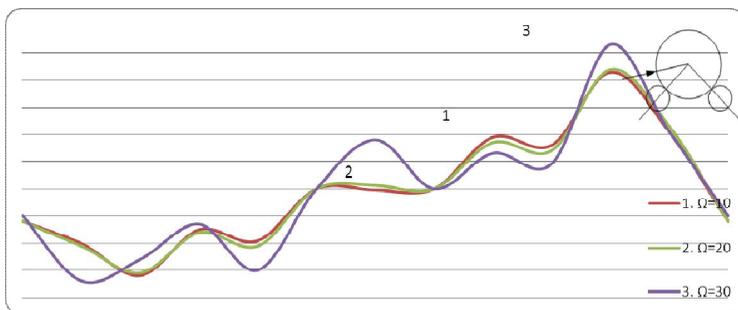


Рисунок 7 – Влияние боковой силы на амплитуду колебаний вращающегося кольца

Из графиков видно, что вращение кольца на опорах существенно влияют на характер его колебаний.

Полученные теоретические результаты и разработанные математические модели позволяют осуществлять математическое моделирование динамики кольца и точности его формообразования при различных параметрах обработки по мобильной технологии.

Исследования выполнены при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Белгородской области в рамках проекта №14-41-08018 «р_офи_м».

Список литературы:

1. Журавлёв В.Ф., Климов Д.М. Волновой твёрдотельный гироскоп. М.: Наука, 1985. 126 с.